新舊課綱
數學領域銜接教材

指導單位：教育部國民及學前教育署、臺北市政府教育局
主辦單位：教育部高中數學學科中心（臺北市立建國高級中學）

目　錄

單元一　等比數列

單元二　三視圖

單元三　空間中的線與平面

附錄　直角三角形的三角比

參考資料

單元一 等比數列

一、數列的意義

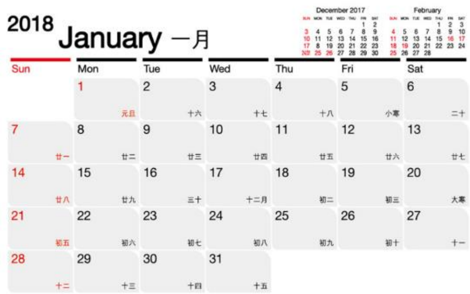
在日常生活裡，常會遇到一些依序排列的數字，我們稱為**數列**。數列可以有規律，也可以沒有規律。舉例來說：

1. 小舒種了一些綠豆，每天觀察其發芽的情形，下表為這些綠豆芽的觀察紀錄：

天數	第一天	第二天	第三天	第四天	第五天	第六天	第七天
平均高度(公分)	**0.3**	**1.2**	**2.1**	**3.5**	**4.6**	**7.1**	**9.4**

上表中綠豆芽的平均高度(公分)：0.3, 1.2, 2.1, 3.5, 4.6, 7.1, 9.4 為一數列。

2. 右圖是 2018 年一月份的月曆，一月份週六的日期為 6, 13, 20, 27 形成一數列，因為一週有七天，因此這個數列後項減去前項都等於 7，它是**等差數列**。

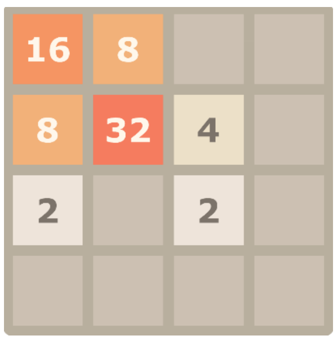


上述的兩個數列：
0.3, 1.2, 2.1, 3.5, 4.6, 7.1, 9.4
6, 13, 20, 27
它們的每一項稱為數列的**項**，數列中的第一個數稱為**第一項**或**首項**，第二個數稱為**第二項**，依此類推，最後一項稱為**末項**；數列的相鄰兩項常簡稱前者的項為**前項**，後者的項為**後項**。

二、等比數列

右圖是網路遊戲「2048」某個時段遊戲的畫面，將畫面中不同的數字由小至大依序排列 2 ,4, 8, 16, 32 形成一數列，觀察這個數列可以發現：

$\frac{4}{2}=\frac{8}{4}=\frac{16}{8}=\frac{32}{16}=2$，即「後項除以前項都等於 2」。



我們稱滿足「**後項除以前項都等於一個常數**」的數列為**等比數列**。

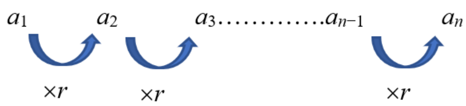
等比數列的定義：

若數列 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ 中

後項除以前項都等於一個常數 r (常數 $r \neq 0$)，即

$\dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{a_3}{a_2} = \dfrac{a_4}{a_3} = \cdots = \dfrac{a_n}{a_{n-1}} = r$ (常數 $r \neq 0$)，

則稱此數列為**等比數列**，其中常數 r 稱為公比。



因為公比 $r = \dfrac{\text{後項}}{\text{前項}}$，而且前項(分母) $\neq 0$，所以一般只處理非 0 的等比數列。

隨堂練習

試問下列哪一個選項中的數列為等比數列：____________________

(A) 6, 18, 54, 162, 486

(B) –3, 3, –3, 3, –3, 3, –3, 3

(C) $\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{5}$，$\dfrac{1}{6}$，$\dfrac{1}{7}$，$\dfrac{1}{8}$

(D) 3, 5, 7, 9, 11

(E) 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5

一個等差數列已知首項與公差，就可以知道其它的項。同樣地，一個等比數列已知首項與公比，是否可以知道其它的項呢？我們用以下的實例來說明：

例題一

一個等比數列的首項為 3，公比為 2，

(1) 試問此數列的第 2, 3, 4, 5 項等於多少？

(2) 試問此數列的第 k 項等於多少？(用 k 表示)

(3) 試問數列中 384 是第幾項？

解答：

(1) $\because$ 等比數列具有**後項除以前項都等於公比的特性**

$\therefore \dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{a_3}{a_2} = \dfrac{a_4}{a_3} = \dfrac{a_5}{a_4} = 2$

$\Rightarrow a_2 = a_1 \times 2 = 3 \times 2$，$a_3 = a_2 \times 2 = 3 \times 2^2$，$a_4 = a_3 \times 2 = 3 \times 2^3$，$a_5 = a_4 \times 2 = 3 \times 2^4$。

(2) 觀察 a_1、a_2、a_3、a_4、a_5，可以得知：每次項數增加 1，就會多乘 1 次公比 2。

$$a_1 \xrightarrow{\times 2} a_2 \xrightarrow{\times 2} a_3 \xrightarrow{\times 2} a_4 \xrightarrow{\times 2} a_5 \cdots\cdots\cdots a_{k-1} \xrightarrow{\times 2} a_k$$

因此從首項 a_1 開始，

乘 1 個公比 2 就會得到 $a_2 = 3\times 2^1$、

乘 2 個公比 2 就會得到 $a_3 = 3\times 2^2$、

乘 3 個公比 2 就會得到 $a_4 = 3\times 2^3$、

乘 4 個公比 2 就會得到 $a_5 = 3\times 2^4$、

$\vdots$

乘 $(k-1)$ 個公比 2 就會得到 $a_k = 3\times 2^{k-1}$，

故 $a_k = 3\times 2^{k-1}$。

(3) 設 384 是第 k 項，即 $a_k = 384$，

根據(2)的結果，$a_k = 3\times 2^{k-1} = 384 \Rightarrow 2^{k-1} = 128 = 2^7 \Rightarrow k = 8$，

故 384 是第 8 項。

隨堂練習

一個等比數列的首項為 5，公比為 3，試問此數列的第 4 項等於多少？

根據上例的討論，可以得知：
設等比數列的首項為 a_1，公比為 $r(r\neq 0)$，根據等比數列的定義

$$a_2 = a_1 r,\ a_3 = a_2 r = (a_1 r)r = a_1 r^2,\ a_4 = a_3 r = (a_1 r^2)r = a_1 r^3,\ \cdots,\ a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_1 \xrightarrow{\times r} a_2 \xrightarrow{\times r} a_3 \cdots\cdots\cdots a_{n-1} \xrightarrow{\times r} a_n$$

故可得以下結論：

設等比數列的首項為 a_1 ，公比為 $r(r \neq 0)$，則第 n 項 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ 。

國中時曾提過，若 a, b, c 三數成等差，則稱 $b = \frac{a+c}{2}$ 為 a, c 的**等差中項**；同樣地，若 a, b, c 三數成等比，則稱 b 為 a, c 的**等比中項**。

我們用下面的例子求等比中項的關係式：

例題二

設 a, b, c 三數成等比，試求 a, b, c 的關係式。

解答：

$\because$ a, b, c 三數成等比，$\therefore$ $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = ac$ 。

根據上述的關係式，若 $1, k, 9$ 成等比數列，則等比中項 $k = \pm\sqrt{9} = \pm 3$ 。

隨堂練習

試求 4, 9 的等比中項。

綜合練習

1. 請判斷下列數列哪些是等比數列＿＿＿＿＿；哪些是等差數列＿＿＿＿＿。(請填入代號)

   A：–2, –4, –8, –16, –32

   B：3, 6, 9, 12, 15, 18

   C：5, 5, 5, 5, 5, 5

   D：$\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \frac{1}{243}$

   E：$\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}$

2. 一等比數列滿足首項 $a_1 = 5$，公比 $r = -\frac{1}{2}$，試回答下列兩小題：

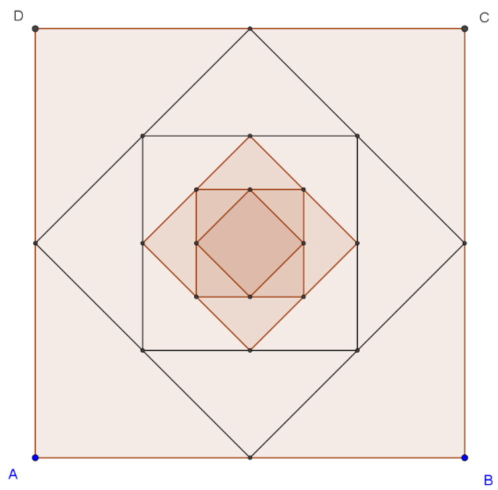
   (1) 第三項 a_3 等於多少？　(2) $\frac{a_7}{a_4}$ 等於多少？

3. 設數列 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 為等比數列，已知 $a_1 = 2$，$a_3 = \frac{2}{9}$，試回答下列兩小題：

   (1) 公比 r 等於多少？　(2) 第 5 項 a_5 等於多少？

4. 設等比數列的首項是 $\frac{1}{16}$，公比為 4，試問 256 是第幾項？

5. 如右圖，連接正方形 $ABCD$ 各邊中點會形成一個小正方形，再連接小正方形各邊中點又會形成一個更小的正方形，連續下去，一共形成了 6 個正方形，已知 $ABCD$ 的面積為 40，試問最後形成的正方形面積等於多少？



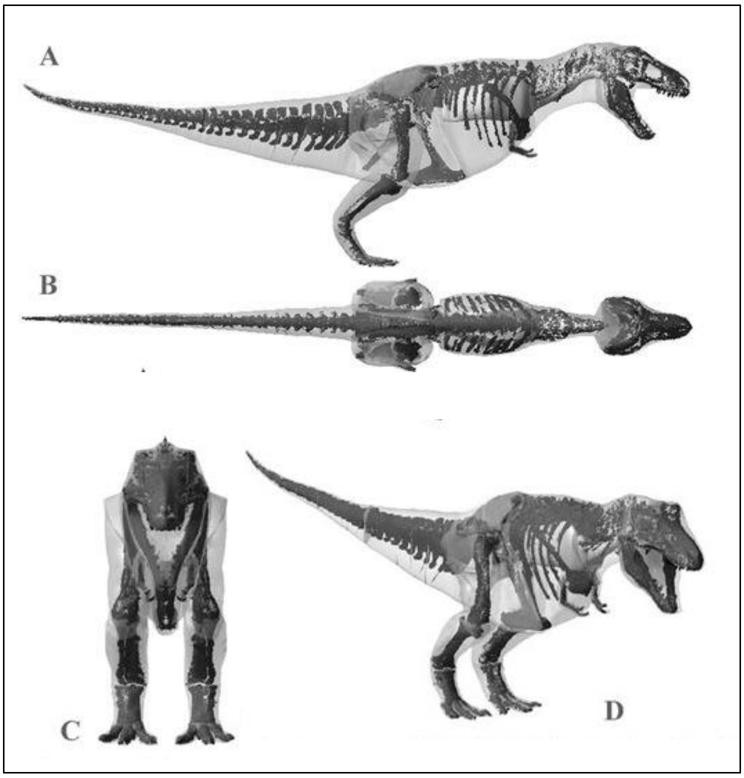
單元二 三視圖

一、視圖

你看過 3D 動畫嗎？你試過現在很夯的 3D 列印嗎？這些很炫的技術背後都有相關的數學原理，在本單元我們就要先認識這些數學原理的基礎。

當我們從某一個方向觀察一個立體時，所看到的平面圖形叫做此立體的一個視圖。如果從不同的方向觀察，所得到視圖可能不同。

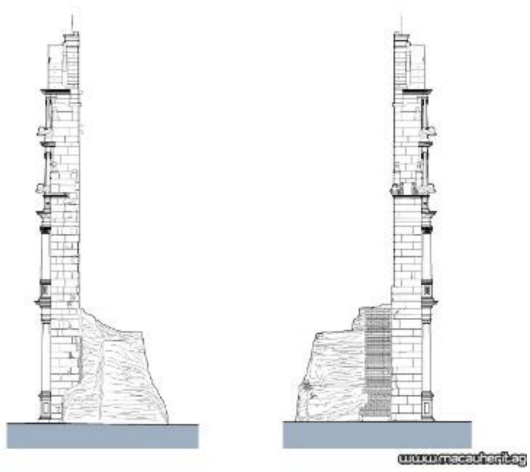
例如，從立體玩具恐龍不同的方向觀察會有不同的圖像。如圖 A、圖 B、圖 C、圖 D。



當你觀察一個立體圖形時，若只從某單一方向觀察，可能無法得知它的全貌。

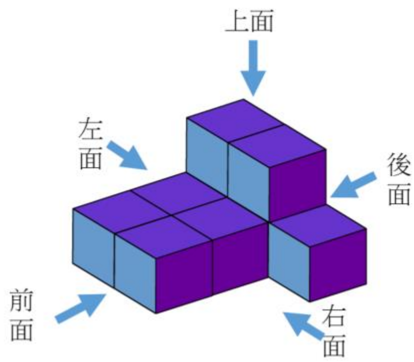
下圖是澳門著名的大三巴牌坊：

若從側面來觀察，則是如下的圖像，這是不是超乎你的想像呢？



本單元為了讓同學練習觀察立體圖形，並繪製視圖，因此所有的立體圖形均限制在內嵌於$3\times3\times3$的正立方體中，且不得中空。

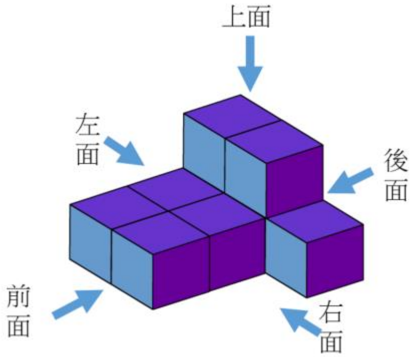
觀察一個立體圖形時，觀察者一開始站定的位置即為此立體的前面，由此看到立體的視圖，稱為**前視圖**；觀察者的左方即為左面，從此看到立體的視圖，稱為**左視圖**；觀察者的右方即為右面，從此看到立體的視圖，稱為**右視圖**；從物體的後面看到的視圖，稱為**後視圖**；站在前面從立體的上方向下俯看的視圖，稱為**上視圖**。



例題一

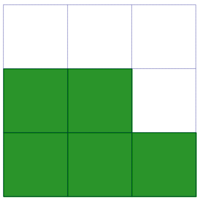
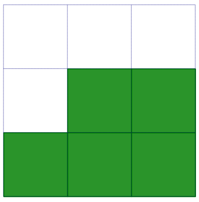
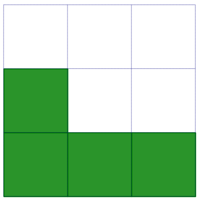
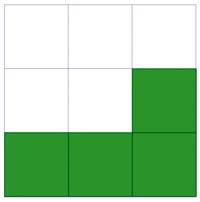
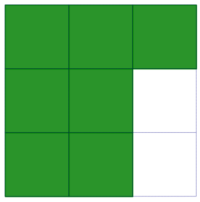
如右圖，請將該立體圖形從不同方向

所觀察的視圖繪製在下表。



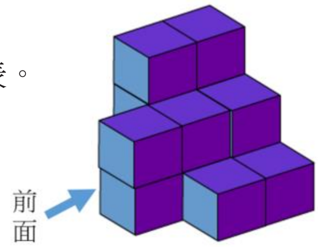
前視圖	後視圖	左視圖	右視圖	上視圖

解答：

前視圖	後視圖	左視圖	右視圖	上視圖
				

隨堂練習

如右圖，請將該立體圖形從不同方向所觀察的視圖繪製在下表。



前視圖	後視圖	左視圖	右視圖	上視圖

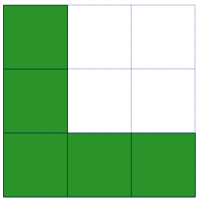
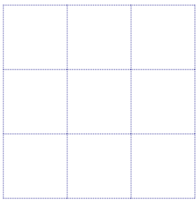
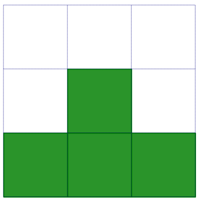
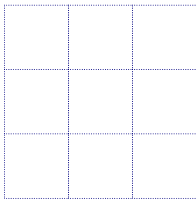
從不同的方向觀察立體圖形可以得到不同的視圖，有助於我們認識瞭解這個立體圖形。同樣地，當我們瞭解立體圖形的樣貌，也可以從觀察者提供的視圖，來判斷觀察者位於立體圖形旁的相關位置。

而視圖的主要目的，在於能完全表達立體圖形。立體圖形通常可得六個不同方向（前、後、左、右、上、下）的視圖，但下視圖由下往上觀察較不容易，因此以其他視圖為主。

二、三視圖

由例題一與隨堂練習的視圖可以發現，右視圖與左視圖、前視圖與後視圖分別形狀大小相同，但左右相反，一般情況下我們僅從右視圖與左視圖、前視圖與後視圖分別各挑一個視圖，並搭配上視圖來表達一個立體圖形。由於三個視圖即可清楚地表達一個立體圖形，因此通稱為「**三視圖**」。

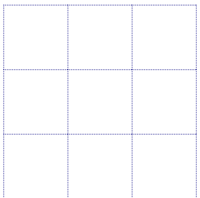
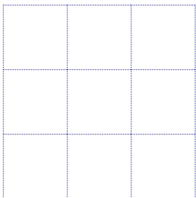
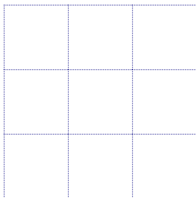
隨堂練習

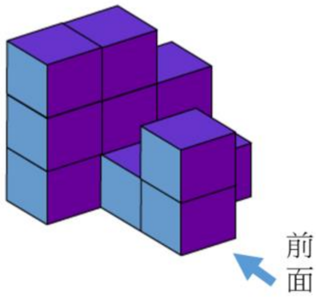
(1) 如下圖，為某一立體圖形的左視圖，請在右欄繪製出其右視圖。		(2) 如下圖，為某一立體圖形的前視圖，請在右欄繪製出其後視圖。	
			
左視圖	右視圖	前視圖	後視圖

因此我們就不需要繪製立體圖形的所有視圖，只需要畫出三視圖即可。

例題二

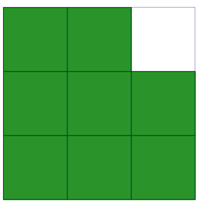
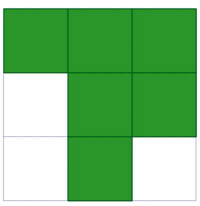
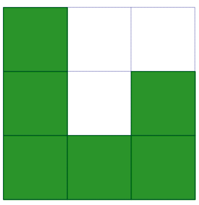
如圖，由 12 個相同的小立方體組成的立體圖形，請繪製此立體圖形的三視圖（前視圖、上視圖、左視圖）

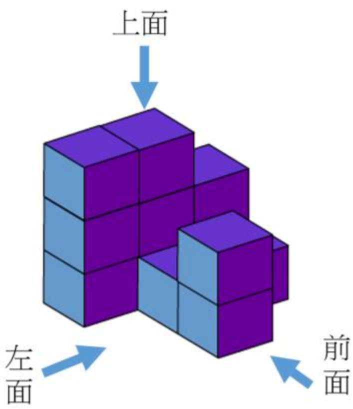
前視圖	上視圖	左視圖
		



解答：

由前面的位置我們可以確認左面與上面。

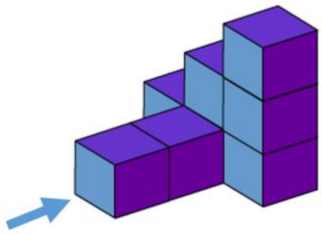
前視圖	上視圖	左視圖
		



隨堂練習

如圖，由 8 個相同的小立方體組成的立體圖形，請繪製此立體圖形的三視圖（前視圖、上視圖、右視圖）

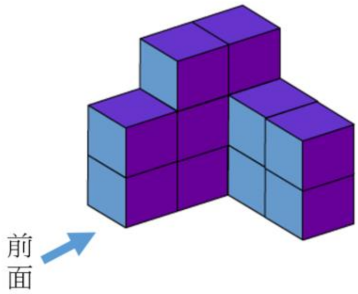
前視圖	上視圖	右視圖



前面

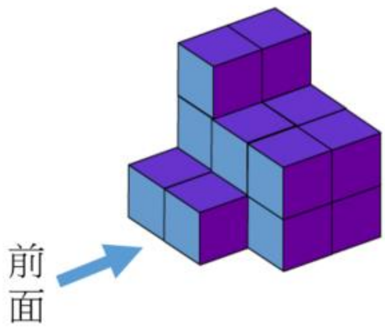
綜合練習

1. 如右圖，請將該立體圖形從不同方向所觀察的視圖繪製在下表。



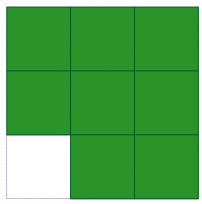
前視圖	後視圖	左視圖	右視圖	上視圖

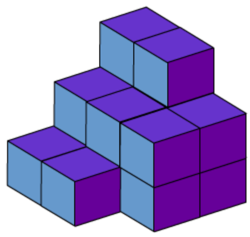
2. 如右圖，由 16 個相同的小立方體組成的立體圖形，請繪製此立體圖形的三視圖（前視圖、上視圖、右視圖）。



前視圖	上視圖	右視圖

3. 右圖是小善從立體圖形的前面俯視繪製的上視圖。請繪製該立體圖形從其他方向所觀察的視圖。





前視圖	左視圖	右視圖

單元三 空間中的線與平面

我們所身處的空間中，有各種不同的形體，規則的、不規則的，直線的、曲線的…。數學上，會說它們都是由常見的「點、線、面」所組成的，如下面三個圖片中，十三行博物館與玄武岩景觀由平面組成、舊西螺大橋則以線段組成。掌握了這些圖形與性質，可以更了解各種不同的形體，進而解決許多問題。本單元要從最基本的立體圖形—長方體與正四面體出發，來認識空間中的直線與平面，並探討一些它們之間的關係。

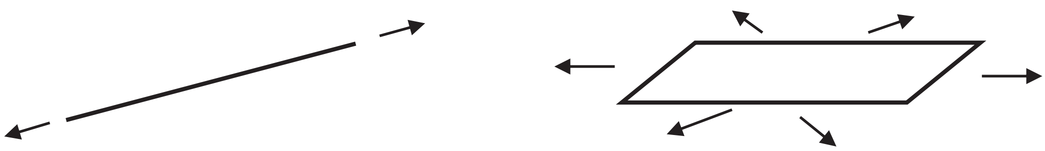

八里　十三行博物館

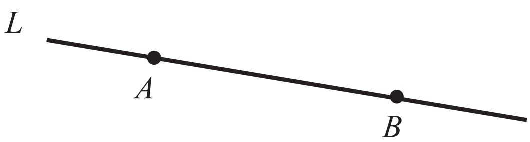

澎湖　玄武岩景觀


雲林　舊西螺大橋

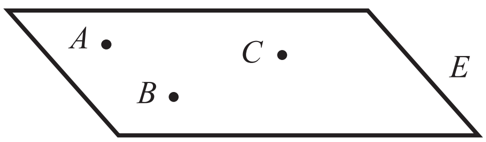
一、直線與平面具無限延伸的特性

如同「點不占空間、數線可以無窮延伸」一般，數學上的直線與平面也都不占空間（沒有寬度與厚度）、具有無限延伸的特性，如圖一的示意圖；受到紙本表達的限制，無法顯示這樣的性質。通常平面可用大寫字母如平面 E 表示，也可以用不共線的三點表示如平面 ABC 來表示；直線則可以用直線 L、直線 AB 表示，如圖二。


圖一



直線 AB、直線 L

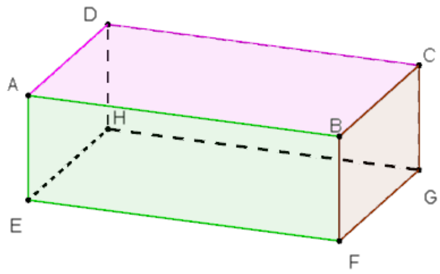


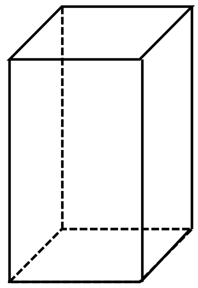
平面 E、平面 ABC

圖二

二、認識長方體與正四面體

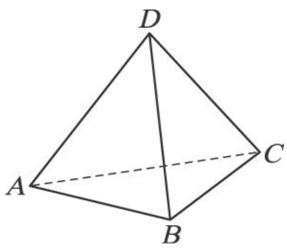
長方體是一種四角柱，由 8 個頂點、6 個面（每個面皆為矩形）、12 個邊組成，如圖三為長方體的示意圖，將隱藏在面後方的邊以虛線表示，可以顯示圖形的立體感，也方便表達。



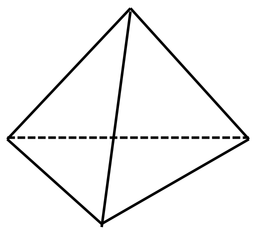


圖三

正四面體是三角錐的一種，有 4 個頂點、4 個面（每個面皆為正三角形）、6 個邊組成，如圖四，為了能表示出正四面體的立體性質，我們常用圖四(1)(2)來當作它的示意圖。



(1)

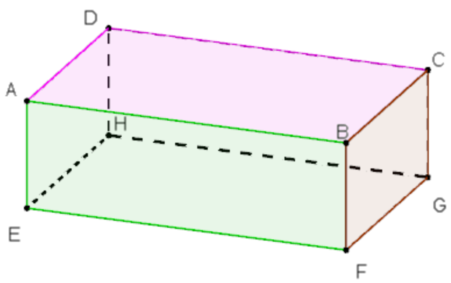


(2)

圖四

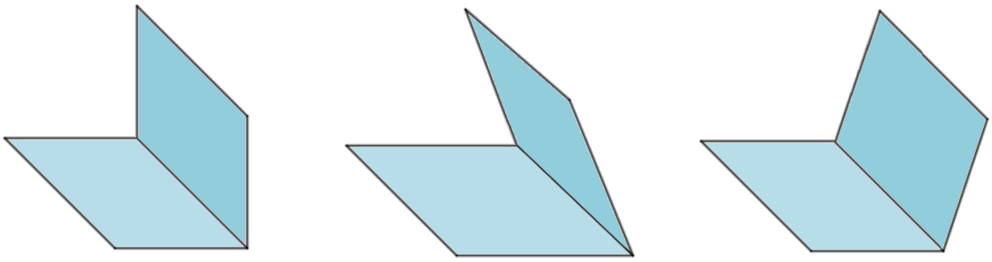
三、兩相異平面的關係

長方體 *ABCD-EFGH* 中，因為不在同一直線上的三點可以構成一個平面，所以平面 *ABC*、平面 *BCD*、平面 *ACD*、平面 *ABD* 都可以表達矩形 *ABCD* 所在的平面。

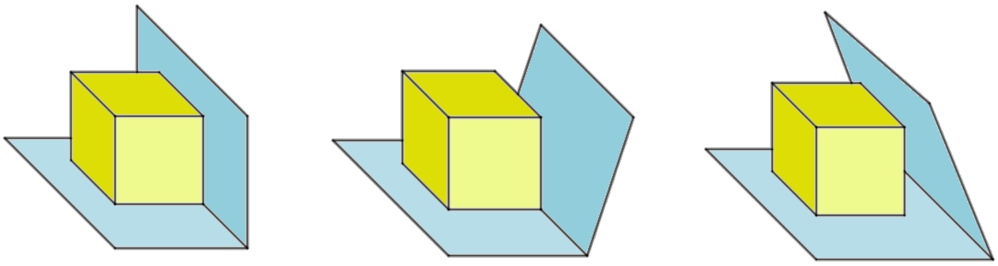


觀察左圖，可以得知長方體相對的兩個面互相平行，而相鄰的兩個面交於一直線且互相垂直。前者就像教室裡的地板與天花板所在的平面，它們是互相平行的關係，後者就像地板與牆面所在平面，它們是互相垂直的關係。

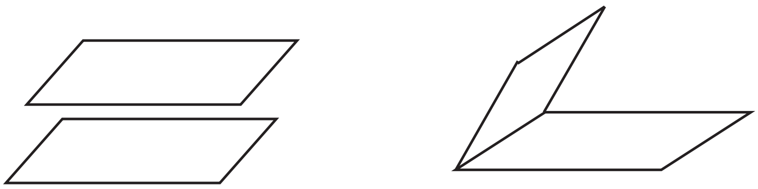
如果要觀察下面三個圖的兩個平面是否垂直，想一想你要怎麼做呢？



有一個很容易的方法，只要你拿出一個長方體，分別放在下面平躺的平面上，並且讓長方體的一個稜邊緊貼著兩個平面的相交線，如果立的那一面著能緊貼著長方體，則這個立著的平面和下面平躺的平面互相垂直。若不能緊貼著長方體，則顯示兩個面相交但不垂直的情況。



根據前面的觀察，由於平面會無限延伸，所以兩個相異平面相交狀況只有「平行」與「交於一直線」兩大類，其中「兩個平面互相垂直」屬於兩平面交於一直線的情形。



兩平面平行　　　　兩平面交於一直線

例題一

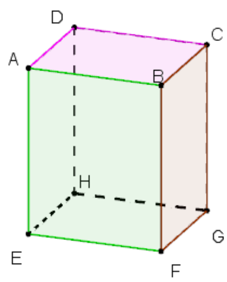
關於長方體與正四面體的相關敘述，哪些是正確的？

(1) 長方體中，平面 ADC 與平面 EFG 互相平行

(2) 長方體中，平面 DHG 與平面 BFC 交於一直線

(3) 正四面體中，沒有互相平行的面

(4) 正四面體中，任意兩個面都交於一直線

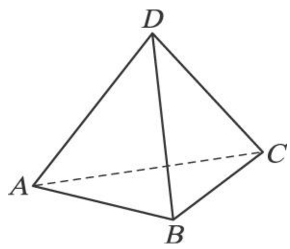


圖五

解答：
長方體相對的兩面互相平行，所以平面 ADC 與平面 EFG 互相平行，選項(1)是對的。
長方體中，平面 DHG 與平面 BFC 相鄰，交於一直線 CG，選項(2)是對的。
正四面體中，共有四個面，任意兩個面都交於一直線，所以都不會互相平行，選項(3)與(4)都是對的。

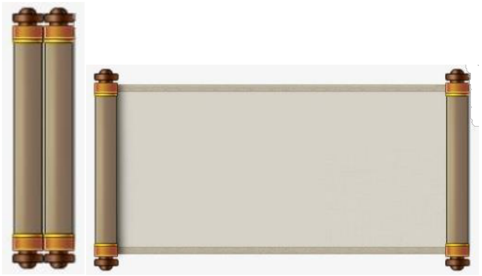
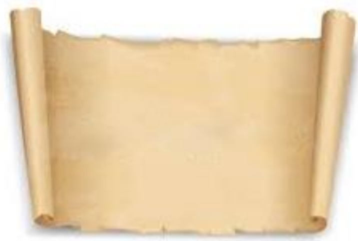
隨堂練習

正四面體 $ABCD$ 如右圖所示，請回答下列兩小題：
(1) 平面 ABD 與平面 ACD 是否只有 A、D 兩個交點？
(2) 請問平面 ABD 與平面 ABC 的交線是哪一直線？

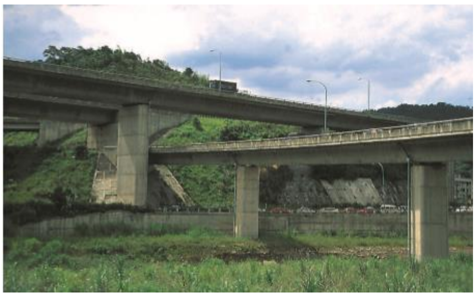


四、兩相異直線的關係

回顧國中時，曾討論同一平面上兩相異直線會相交於一點或是平行（沒有交點）。將一幅卷軸的畫展開時，左右手各執一卷軸，若將卷軸視為直線，當兩手張開畫時，這兩直線便在畫所在的平面上，它們互相平行。若將畫攤在桌上，兩卷軸不平行的放置，則兩軸所在的直線會交於一點。

空間中，兩直線可能不在同一個平面上，觀察左下圖道路的配置，若將道路視為直線，可以發覺圖中兩條道路不會在同一平面上，但是也不相交。而右下圖的疊疊樂玩具中，有一些木條既不相交、不平行，也不在同一平面上。



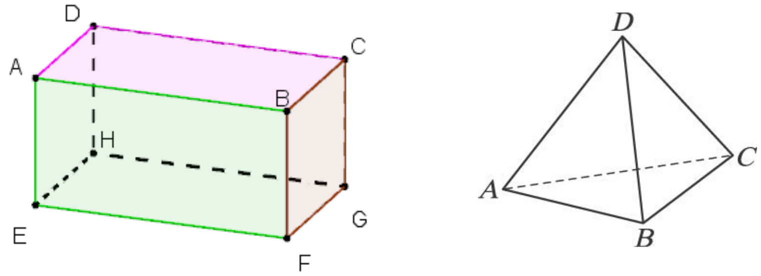

上述圖中這些不相交也不在同一平面上的兩直線，我們稱它們為一組**歪斜線**，或稱兩直線互相**歪斜**。

歪斜線不會相交，也沒有平行（沒有處處等距），更精確的說，兩條歪斜線不會在同一平面上，我們生活的空間中，常常可以見到歪斜線存在，例如路邊的電線杆與路中央地面的分隔線所在的直線便互相歪斜。

讓我們再觀察長方體與正四面體的稜邊，兩相異直線有哪些相交的情形呢？

例題二

見圖七，關於長方體與正四面體的稜邊相關敘述，哪些是正確的？



圖七

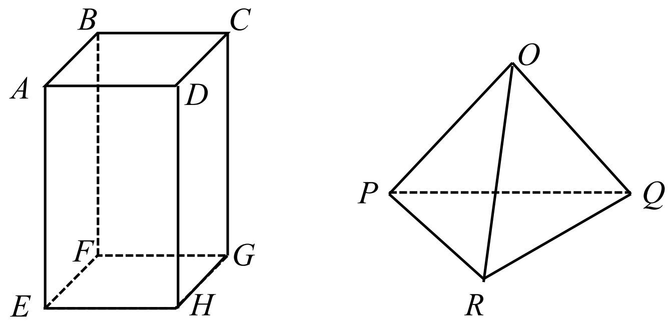
(1) 長方體中，直線 AE 與直線 CG 互相平行
(2) 長方體中，直線 AE 與直線 EF 交於一點
(3) 長方體中，直線 AE 與直線 GH 互相平行
(4) 正四面體中，直線 AB 與直線 AC 垂直
(5) 正四面體中，直線 AB 與直線 CD 歪斜

解答：

長方體中，直線 AE 與直線 CG 不相交且處處等距，所以互相平行，選項(1)正確。
長方體中，直線 AE 與直線 EF 交於一點 E，選項(2)正確。
長方體中，直線 AE 與直線 GH 不相交，也不平行，所以直線 AE 與直線 GH 互相歪斜，選項(3)不正確。
正四面體中，直線 AB 與直線 AC 交於一點 A，兩直線有一夾角為 $\angle CAB$，為 60°，所以直線 AB 與直線 AC 不垂直，選項(4)不正確。
正四面體中，分別延長直線 AB 與直線 CD，發現他們不平行也不會相交，所以直線 AB 與直線 CD 歪斜，選項(5)正確。
正確答案為(1)(2)(5)。

隨堂練習

觀察圖形，完成下列表格：

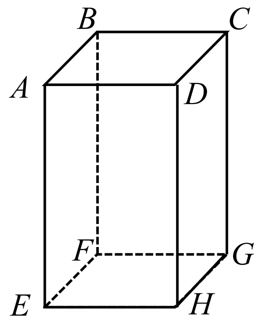


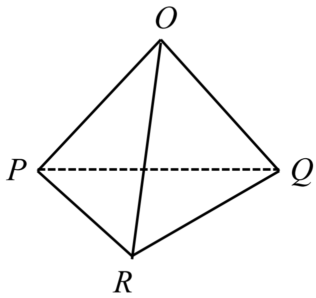
圖八

兩直線	AD 與 GH	BF 與 DH	EF 與 DF	EF 與 DG	OP 與 PQ	OP 與 QR
交於一點	╳					
平行	╳					
歪斜	○					

五、直線與平面平行

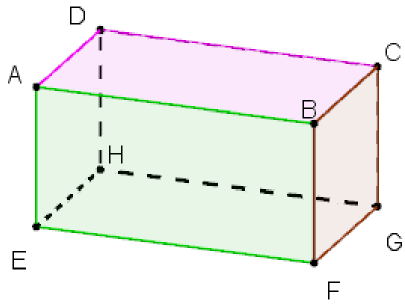
接著，我們來探討空間中直線與平面的關係，如果直線和平面都無限延伸後，始終不相交，就稱此直線與此平面互相平行，不然的話，直線可能貼在平面上或穿過平面相交於一個點。

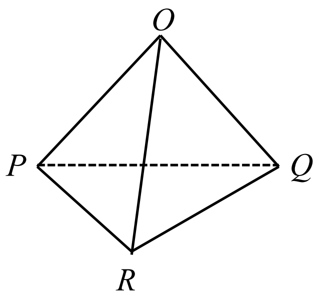




例題三

如下圖，關於長方體與正四面體的稜邊與平面相關敘述，哪些是正確的？



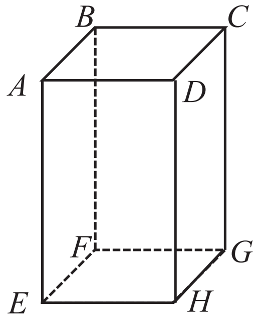


(1) 直線 AB 與平面 $EFGH$ 平行
(2) 直線 AB 落在平面 $ABCD$ 上
(3) 直線 AB 與平面 $CDGH$ 交於一點
(4) 直線 PQ 與平面 OQR 交於一點

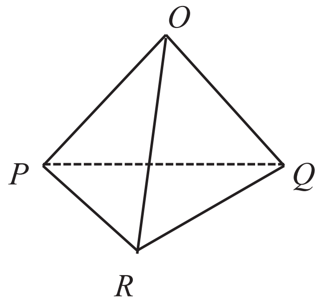
解答：
長方體中，分別延長直線 AB 與平面 $EFGH$，它們始終不相交，所以直線 AB 與平面 $EFGH$ 互相平行，選項(1)正確。
長方體中，直線 AB 上的每一個點都落在平面 $ABCD$ 上，所以直線落在平面 $ABCD$ 上，選項(2)正確。
長方體中，由選項(1)直線 AB 與平面 $CDGH$ 互相平行，不會相交，選項(3)不正確。
正四面體中，分別延長直線 PQ 與平面 OQR，可發現兩者交於一點 Q，所以選項(4)正確。

六、直線與平面垂直

如右圖(a)，直線 AE 與平面 $EFGH$ 交於一點，右圖(b)中，直線 OP 與平面 PQR 也交於一點，但同學們可能會說前者為「直線 AE 垂直平面 $EFGH$」，而「直線 OP 與平面 PQR 不垂直」，直線與平面交於一點時，其中一種可能是垂直，讓我們觀察一下學校旗桿與不同角度的比薩斜塔：



(a)



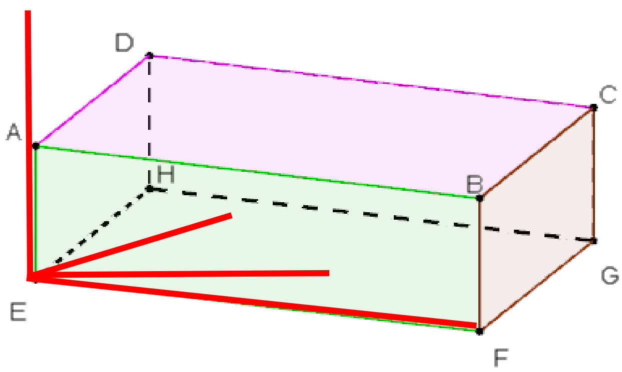
(b)

圖九：學校旗桿

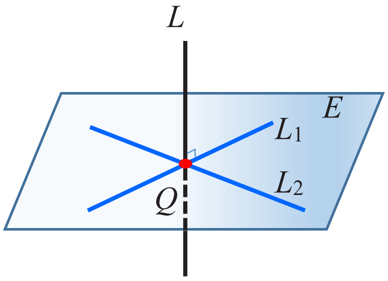
圖十：義大利比薩斜塔　兩個視角

當我們說直線垂直平面時，指的是不管從**哪一個方位觀察**，就像圖九中的旗桿，不管從四面八方任何一個位置，都會看到旗桿與地面形成 90 度角，但圖十的比薩斜塔則不然，只有某一個角度才會覺得比薩塔垂直地面，其他角度則都是斜的。

因此，在下圖長方體中，直線 AE 垂直平面 $EFGH$，表示在平面 $EFGH$ 上每一條通過 E 點的直線都與直線 AE 垂直。



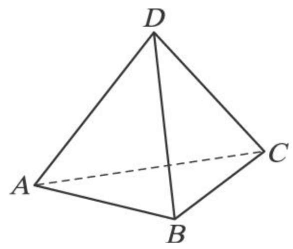
如何檢驗直線 L 與平面 E 是否垂直呢？我們可以使用三角板，在直線與平面的交接處旋轉一圈，檢驗是否都垂直即可。其實，若在平面 E 上可找到通過垂足的兩相異直線與直線 L 垂直，則直線 L 垂直平面 E。



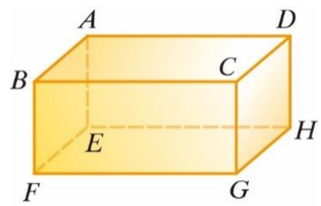
經過一連串的討論，我們對空間中的直線、平面，以及它們之間的關係，有了一些認識，未來在高中，還會有更深入的探討，同學們可以利用長方體與正四面體作為模型理解前面所學的概念，也可以在生活周遭多多觀察、感受這一節的內容，以增進空間概念。

綜合練習

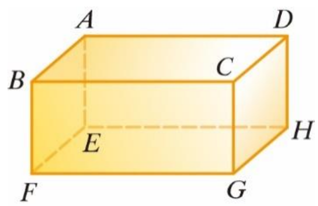
1. 舉出正四面體 $ABCD$ 的稜邊中，有哪些稜邊互相歪斜？



2. 長方體 $ABCD$-$EFGH$ 中，
   (1) 與直線 DH 平行的稜邊有那些？
   (2) 與直線 DH 歪斜的稜邊有那些？
   (3) 與平面 $ABFE$ 垂直的稜邊有哪些？
   (4) 與平面 $EFGH$ 平行的稜邊有哪些？



3. 如右圖所示的長方體中，下列敘述何者是正確的？
   （請利用長方體模型操作後回答）
   (1) 直線 HF 與平面 $ABCD$ 平行
   (2) 直線 AE 與平面 $ABCD$ 垂直
   (3) 直線 EG 與直線 BC 互相歪斜
   (4) 三角形 AEG 為直角三角形



附錄 直角三角形的三角比

一、生活中兩長度的比值

內政部營建署《建築物無障礙設施設計規範》中，關於無障礙通路的設計，其中有一條是要滿足「坡道之坡度（高度與水平長度之比值）不得大於 $\frac{1}{12}$ 」，意思是「每前進 12 公尺的水平距離，高度上升不能大於 1 公尺」。

例題一

如果要建造坡度為「$\frac{1}{12}$」的無障礙坡道，當坡道的水平長度分別為 12 公尺、24 公尺、36 公尺時，坡道的高度分別是多少？

解答：

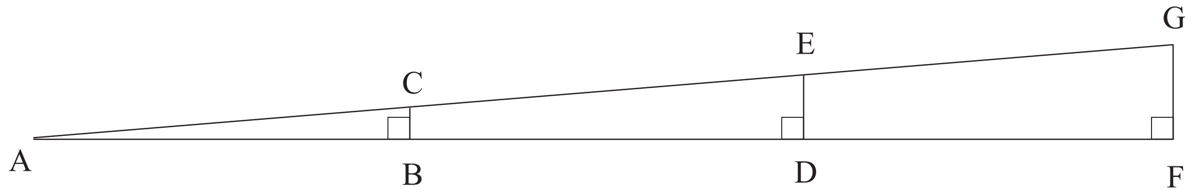
若以直角三角形來描繪題目敘述中坡度「$\frac{1}{12}$」的無障礙坡道，可以得到 ΔABC 、 ΔADE 、 ΔAFG 三個直角三角形，如下圖。其中 $\overline{AB}=12$ 、 $\overline{AD}=24$ 、 $\overline{AF}=36$ 。

在 ΔABC 、 ΔADE 、 ΔAFG 中， $\angle A$ 是共同的角，而且 $\angle ABC=\angle ADE=\angle AFG=90^{\circ}$ ，
所以 $\Delta ABC\sim\Delta ADE\sim\Delta AFG$ （AA 相似），

因此， $\frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\frac{24}{12}=2$ ，又 $\overline{BC}=1$ ，可得 $\overline{DE}=2$ ；

$\frac{\overline{FG}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{AF}}{\overline{AB}}=\frac{36}{12}=3$ ，又 $\overline{BC}=1$ ，可得 $\overline{FG}=3$ 。

所以坡道的垂直高度分別為 1 公尺、2 公尺、3 公尺。



隨堂練習

如果要建造坡度為「$\frac{1}{12}$」的無障礙坡道，當坡道的水平長度為 6 公尺時，坡道的高度是多少？

二、相似直角三角形邊長的比值

例題二

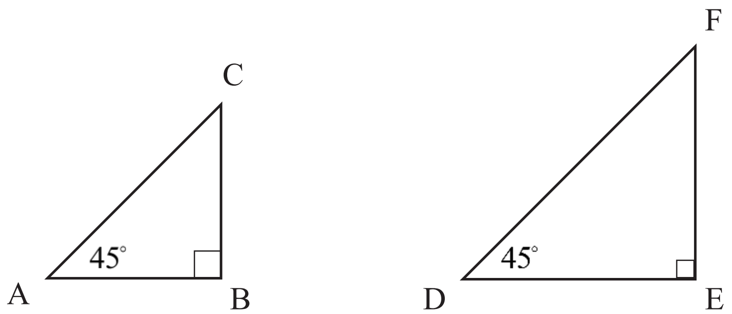
如圖，已知 ΔABC 與 ΔDEF 為兩個大小不同的 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 三角板。其中 $\overline{AB}=1$、$\overline{BC}=\sqrt{3}$、$\overline{DE}=2$、$\overline{EF}=2\sqrt{3}$。試求 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$、$\frac{\overline{EF}}{\overline{DE}}$ 之值。

解答：

由題意可知：$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$，$\frac{\overline{EF}}{\overline{DE}}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$。

隨堂練習

如圖，已知 ΔABC 與 ΔDEF 為兩個大小不同的等腰直角三角形。其中 $\overline{AB}=2$、$\overline{DE}=\sqrt{5}$。試求 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$、$\frac{\overline{EF}}{\overline{DE}}$ 的值。



由例題一與例題二可以觀察出，當兩個大小不同的直角三角形，有一個銳角的角度相同時，它們兩股的比值也是相同的。我們把這件事情寫成證明。

如圖，任意選定兩個直角三角形，分別為ΔABC與ΔDEF，其中$\angle A=\angle D$。

因為$\angle ABC=90^{\circ}=\angle DEF$，又 $\angle A=\angle D$，

所以直角ΔABC與直角ΔDEF 相似（AA 相似），得到$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{DE}}=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{EF}}$。

設$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{DE}}=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{EF}}=r\ (r>0)$，則$\overline{AB}=r\times\overline{DE}$，$\overline{BC}=r\times\overline{EF}$，

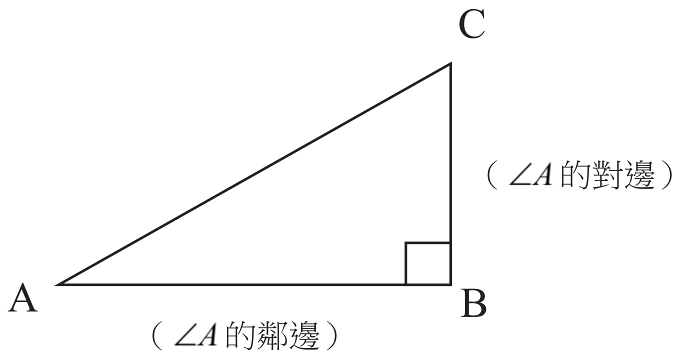
所以$\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{r\times\overline{EF}}{r\times\overline{DE}}=\dfrac{\overline{EF}}{\overline{DE}}$。

換句話說，當銳角$\angle A$的度數固定時，作直角ΔABC，不論所作的三角形大小為何，其兩股邊長的比值是不會改變的。我們把這個事實作如下的定義：

三、直角三角形中兩股的比值

在直角 ΔABC 中，$\angle ABC = 90^\circ$，$\overline{AC}$ 為斜邊。

$\angle A$ 是其中一個銳角，$\overline{AB}$ 稱為 $\angle A$ 的鄰邊，$\overline{BC}$ 稱為 $\angle A$ 的對邊。



由前面的討論可以知道，當 $\angle A$ 的角度固定時，不管選定的直角 ΔABC 大小為何，$\angle A$ 的對邊長與鄰邊長的比值是不變的。

即直角 ΔABC 中，$\dfrac{\text{銳角}\angle A\text{的對邊長}}{\text{銳角}\angle A\text{的鄰邊長}}$ 是一個固定的值。

將這個固定的值，記為 $\tan A$，讀作 tangent A。

即，$\tan A = \dfrac{\text{銳角}\angle A\text{的對邊長}}{\text{銳角}\angle A\text{的鄰邊長}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$。

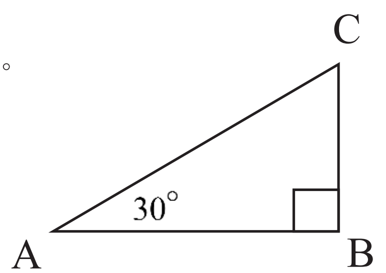
當 $\angle A$ 的度量是 θ 時，$\tan A$ 也可記為 $\tan\theta$。

例如，當 $\angle A = 30^\circ$ 時，我們也可以把 $\tan A$ 記作 $\tan 30^\circ$，即 $\tan A = \tan 30^\circ$。

接著，我們舉一些實例來練習求 $\tan A$ 的值。

例題三

如圖，在直角 ΔABC 中，$\angle A = 30^\circ$，試求 $\tan A$ 的值。



解答：

國中時我們學過 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 的三角形，其三邊長的比為 $1:\sqrt{3}:2$，

所以我們假設 $\overline{BC} = t$、$\overline{AB} = \sqrt{3}t$，其中 $t > 0$，

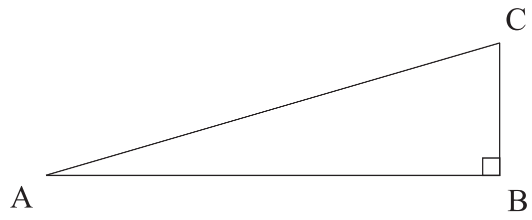
則 $\tan A = \dfrac{t}{\sqrt{3}t} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$。

從例題三我們可以發現，$\tan A$ 的分子與分母中的 t 會被消掉，所以不管邊長的 t 選定什麼數字，都不會影響 $\tan A$ 的值，這點與我們之前所得到的結論相同：只要銳角的角度固定，不論選定的直角三角形大小為何，$\tan A$ 的值都固定。因此，之後在計算 $\tan A$ 的值時，我們可以選定一個比較好計算的 t，通常選 $t=1$。

另外，因為 $\angle A=30^\circ$，所以我們可以得到 $\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$。

隨堂練習

如圖，在直角 ΔABC 中，$\angle ABC=90^\circ$、$\overline{AB}=24$、$\overline{BC}=7$，試求 $\tan A$ 的值。



當直角三角形的一個銳角固定後，不只兩股邊長的比值固定，其實任意兩邊長的比值都不會改變。我們來觀察以下這個例子。

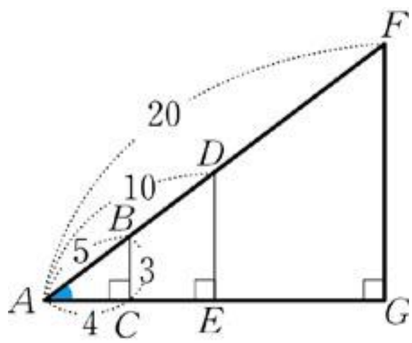
例題四

如圖，ΔABC、ΔADE、ΔAFG 皆為相似的直角三角形，試以「最簡分數」填入下列各空格：

(1) $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AE}}=\boxed{}$，$\dfrac{\overline{FG}}{\overline{AG}}=\boxed{}$。

(2) $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{5}$，$\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\boxed{}$，$\dfrac{\overline{FG}}{\overline{AF}}=\boxed{}$。

(3) $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{5}$，$\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AD}}=\boxed{}$，$\dfrac{\overline{AG}}{\overline{AF}}=\boxed{}$。



解答：

(1) $\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AE}}=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{\overline{FG}}{\overline{AG}}=\dfrac{12}{16}=\dfrac{3}{4}$。

(2) $\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$，$\dfrac{\overline{FG}}{\overline{AF}}=\dfrac{12}{20}=\dfrac{3}{5}$。

(3) $\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AD}}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$，$\dfrac{\overline{AG}}{\overline{AF}}=\dfrac{16}{20}=\dfrac{4}{5}$。

四、直角三角形的三角比

由上面的例子，我們可以發現 $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\dfrac{\overline{FG}}{\overline{AF}}$，三個比值的分子分別是 $\angle A$ 在 ΔABC、ΔADE、ΔAFG 中所對應的**對邊長**，三個比值的分母則分別是 ΔABC、ΔADE、ΔAFG 中的**斜邊長**。而這三組「**對邊長與斜邊長的比值**」都是 $\dfrac{3}{5}$，與 $\angle A$ 所在的直角三角形大小無關。我們把這個由 $\angle A$ 所決定的比值記為 $\sin A$，讀作 sine A。

另一方面，$\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AD}}=\dfrac{\overline{AG}}{\overline{AF}}$ 三個比值的分子分別是 $\angle A$ 在 ΔABC、ΔADE、ΔAFG 中所對應的**鄰邊長**，三個比值的分母則分別是 ΔABC、ΔADE、ΔAFG 中的**斜邊長**。而這三組「**鄰邊長與斜邊長的比值**」都是 $\dfrac{4}{5}$，與 $\angle A$ 所在的直角三角形大小無關。我們把這個由 $\angle A$ 所決定的比值記為 $\cos A$，讀作 cosine A。

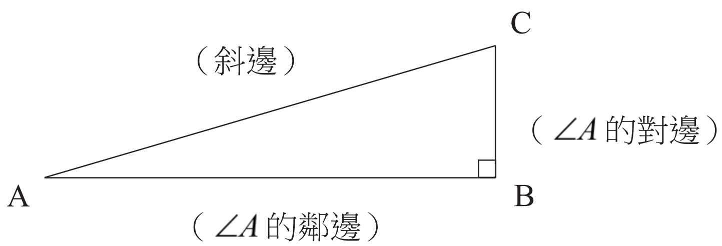
將 $\sin A$、$\cos A$、$\tan A$ 作如下的定義：

如圖，在直角 ΔABC 中，若 $\angle B=90^\circ$、$\angle A$ 是一個銳角，則 $\overline{AB}$ 稱為 $\angle A$ 的鄰邊、$\overline{BC}$ 稱為 $\angle A$ 的對邊，$\overline{AC}$ 為斜邊。定義

$$\sin A=\frac{\angle A\text{的對邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\cos A=\frac{\angle A\text{的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$$

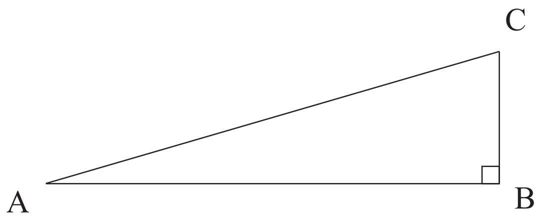
$$\tan A=\frac{\angle A\text{的對邊長}}{\angle A\text{的鄰邊長}}$$



三者稱為 $\angle A$ 的三角比。

例題五

如圖，有一直角 ΔABC，已知 $\angle B=90^\circ$、$\overline{AB}=24$、$\overline{BC}=7$，試求出 $\sin A$、$\cos A$ 與 $\tan A$ 的值。



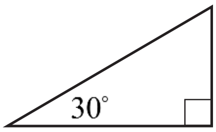
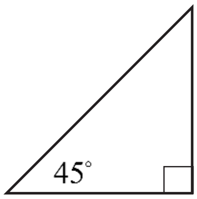
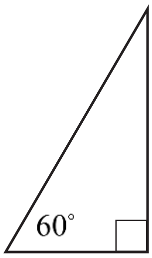
解答：

由畢氏定理可知：$\overline{AC}=\sqrt{24^2+7^2}=25$

由定義可知 $\sin A=\dfrac{7}{25}$、$\cos A=\dfrac{24}{25}$、$\tan A=\dfrac{7}{24}$。

隨堂練習

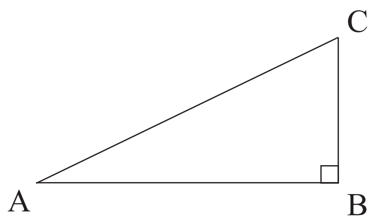
試著完成下表

$\angle A$	$\sin A$	$\cos A$	$\tan A$	圖
30°				
45°				
60°				

如果我們知道其中一個三角比，可以由畢氏定理，求出三邊長的比，進而得到其他的三角比。

例題六

如圖，有一個直角 ΔABC，其中 $\angle B = 90^\circ$，已知 $\tan A = \dfrac{5}{12}$，試求 $\sin A$ 與 $\cos A$ 的值。



解答：

因為 $\tan A = \dfrac{5}{12}$，表示「$\angle A$ 的鄰邊長：$\angle A$ 的對邊長 $= 12:5$」。

所以令 $\overline{AB} = 12t$、$\overline{BC} = 5t$，其中 $t > 0$，

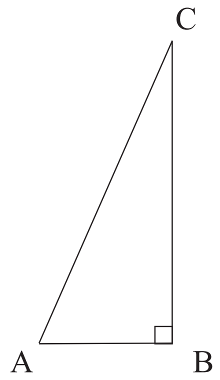
由畢氏定理可知 $\overline{AC} = \sqrt{(5t)^2 + (12t)^2} = 13t$，

由定義可知 $\sin A = \dfrac{5t}{13t} = \dfrac{5}{13}$、$\cos A = \dfrac{12t}{13t} = \dfrac{12}{13}$。

隨堂練習

如圖，有一直角ΔABC，其中$\angle B=90^\circ$，已知$\sin A=\dfrac{24}{25}$，

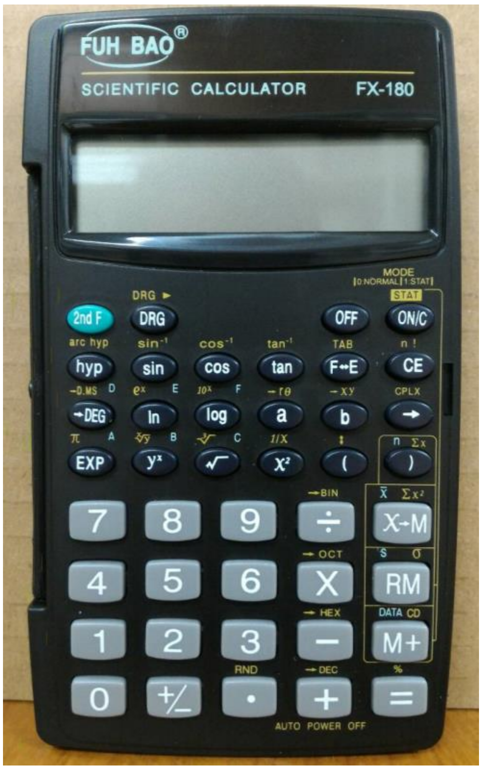
試求$\cos A$與$\tan A$的值。

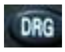


五、計算機的使用

當我們遇到$\angle A$的度數不是上述的特殊角時，我們可以使用如圖的計算機，算出$\sin A$、$\cos A$與$\tan A$的值。

首先，我們先來看看如何使用計算機。



1. 先按 on/c  ，打開螢幕，並檢視螢幕左邊上方是否出現 DEG（表示degree度數）。
2. 若左邊螢幕上方沒出現 DEG，而是出現 RAD、或 GRAD，可以按 DRG  數次，來切換到 DEG 模式。
3. 接著按$\angle A$的度數，例如45（指的是45°），再按 tan ，就會得到1（即$\tan 45^\circ$的值）。
4. 若要求$\sin A$或$\cos A$的值，也可以依同樣的操作方式。

值得注意的是，使用計算機得到的結果大部分會在小數點後有很多位數字，可以依照需要的精確度，取得適當的近似值。

例題七

利用計算機，試求 $\sin 55^\circ$ 、 $\cos 55^\circ$ 、 $\tan 55^\circ$ 的值。
（計算到小數點以下第三位，第四位四捨五入）

解答：
操作計算機可得：

$\sin 55^\circ \approx 0.819$

$\cos 55^\circ \approx 0.574$

$\tan 55^\circ \approx 1.428$

隨堂練習

利用計算機，試求當 $\angle A = 35^\circ$ 時， $\sin A$ 、 $\cos A$ 與 $\tan A$ 的值。

（計算到小數點以下第三位，第四位四捨五入）

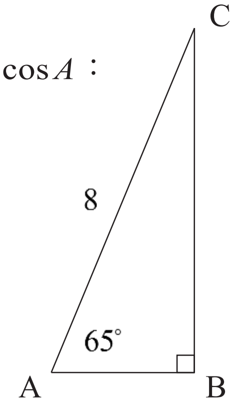
六、生活中的應用

我們試著用三角比的觀念來解決生活中的一些問題。

例題八

（此題需使用計算機）
將一個8公尺長的梯子傾斜靠著牆面放置，若梯子與地面夾出的銳角角度為 65°，試回答下列問題。
(1) 梯子底部離牆面有多遠呢？（計算到小數點以下第三位，第四位四捨五入）
(2) 梯子頂部離地面有多高呢？（計算到小數點以下第三位，第四位四捨五入）

解答：
(1)
如圖，將梯子、牆面與地面畫成一個直角 ΔABC，其中 $\overline{AC} = 8$ 、 $\angle B = 90^\circ$ 、梯子與地面的夾角為 $\angle CAB = 65^\circ$ 。



因為題目給的資訊有斜邊 $\overline{AC}$ ，而所求為 $\angle A$ 的鄰邊 $\overline{AB}$ ，所以我們考慮 $\cos A$ ：

$$\cos A = \cos 65^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{8} \Rightarrow \overline{AB} = 8 \times \cos 65^\circ$$

因為 $\cos 65^\circ$ 並非特殊角，所以利用計算機，可以得到

$$\overline{AB} = 8 \times \cos 65^\circ = 8 \times 0.426618 \ldots\ldots \approx 3.381$$

梯子底部離牆面約 3.381 公尺。

(2)

承上圖，所求改為 $\angle A$ 的對邊 $\overline{BC}$ ，所以我們改為考慮 $\sin A$ ：

$$\sin A = \sin 65^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{8} \Rightarrow \overline{BC} = 8 \times \sin 65^\circ$$

同樣利用計算機，可以得到

$$\overline{BC} = 8 \times \sin 65^\circ = 8 \times 0.906307...... \approx 7.250$$

梯子頂部地面約高 7.25 公尺。

隨堂練習

（此題需使用計算機）

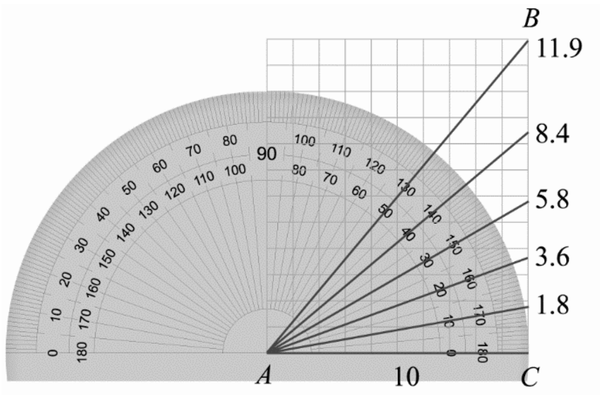
學校欲建造一座高 5 公尺的溜滑梯，且此溜滑梯與地面的銳角夾角為 40°，試回答下列問題：

(1) 溜滑梯的平台底部至少要保留多少公尺的水平距離來架設滑梯？
（計算到小數點以下第三位，第四位四捨五入）

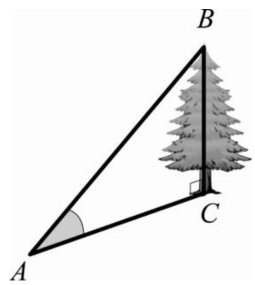
(2) 這個溜滑梯的滑道長度是多少公尺？
（計算到小數點以下第三位，第四位四捨五入）

綜合練習

1. 我們可以用有刻度的直尺和量角器來求得直角三角形中 $\frac{\text{對邊}}{\text{鄰邊}}$ 的近似值。如圖（一）取 $\overline{AC}=10$，作直角 ΔABC 使 $\angle A=\theta$，只要測量對邊 $\overline{BC}$ 的長度，即可求得 $\frac{\text{對邊}}{\text{鄰邊}}$ 的近似值。



圖（一）



圖（二）

請利用上述提示，回答下列問題：

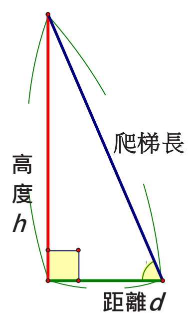
(1) 求 $\angle A=40^\circ$ 時，$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ 的近似值。

(2) 如圖（二），在距離樹根 C 20 公尺的 A 處測得 $\angle A=40^\circ$，試估計樹高 $\overline{BC}$。

2. 若一座爬梯長度為 10 公尺，靠著牆面置放與地面接合角度為 60°，如圖（三）。

(1) 求梯腳與牆面的距離。

(2) 求梯頂離地面的高度。

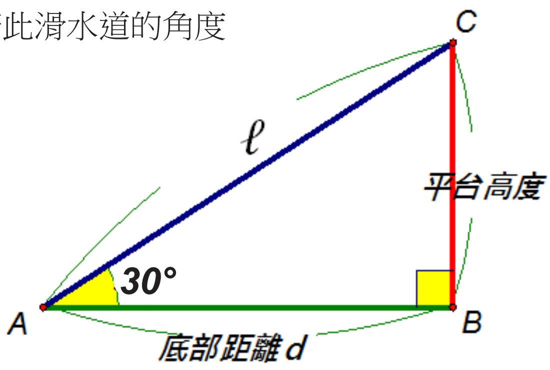


圖（三）

3. 遊樂園規劃一滑水道從 4 公尺的高度滑下，若此滑水道的角度為 30°，如圖（四）。

(1) 求此滑水道的底部距離 d。

(2) 求此滑水道的長度 l。



圖（四）

參考資料

隨堂練習參考答案

單元一　等比數列

P.2　根據等比數列的意義，可以得知(A)(B)(E)都是等比數列。

P.3　$a_4=5\times3^3=135$。

P.4　令 4, 9 的等比中項為 x，

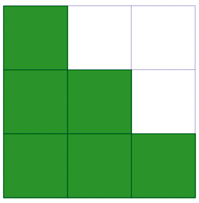
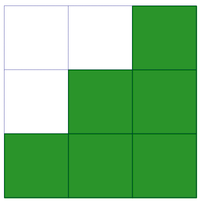
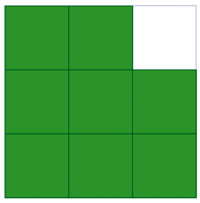
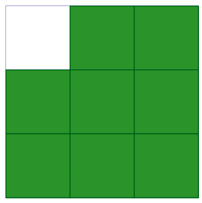
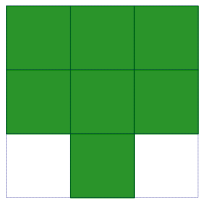
$\Rightarrow 4, x, 9$ 成等比數列

$\Rightarrow x^2=4\times9$

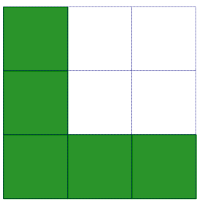
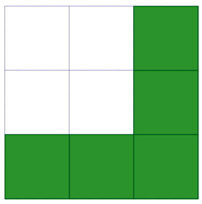
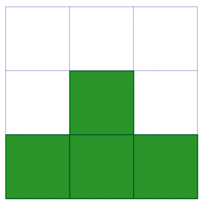
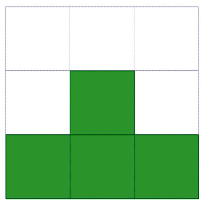
$\Rightarrow x=\pm6$。

單元二　三視圖

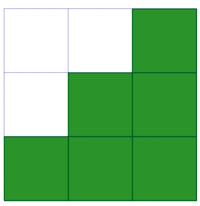
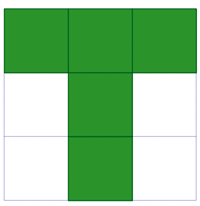
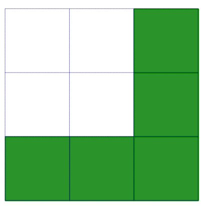
P.9

前視圖	後視圖	左視圖	右視圖	上視圖
				

P.10

(1)　如下圖，為某一立體圖形的左視圖，請在右欄繪製出其右視圖。		(2)　如下圖，為某一立體圖形的前視圖，請在右欄繪製出其後視圖。	
			
左視圖	右視圖	前視圖	後視圖

P.11

前視圖	上視圖	右視圖
		

單元三 空間中的線與平面

P.16 (1) 不正確 (2)直線 AC

P.18

兩直線	AD 與 GH	BF 與 DH	EF 與 DF	EF 與 DG	OP 與 PQ	OP 與 QR
交於一點	╳	╳	╳	╳	○	╳
平行	╳	○	╳	╳	╳	╳
歪斜	○	╳	○	○	╳	○

附錄 直角三角形的三角比

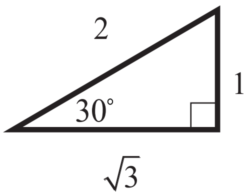
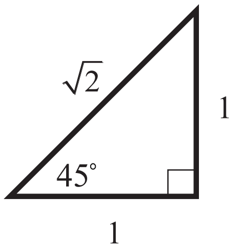
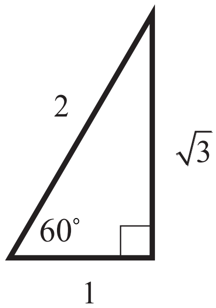
P.24 坡度為「$\frac{1}{12}$」的意思是，每前進 12 公尺的水平距離，高度上升 1 公尺。所以當水平長度為 6 公尺時，坡道的高度只有 6 公尺的一半：3 公尺。

P.27 因為 ΔABC 與 ΔDEF 皆為等腰直角三角形，所以 $\overline{BC}=\overline{AB}=2$ ，$\overline{EF}=\overline{DE}=\sqrt{5}$

因此 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{2}{2}=1$ ，$\frac{\overline{EF}}{\overline{DE}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=1$ 。

由定義可知：$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{7}{24}$ 。

P.29

$\angle A$	$\sin A$	$\cos A$	$\tan A$	圖
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	

P.30 因為 $\sin A = \frac{24}{25}$，表示「斜邊長：$\angle A$ 的對邊長 $= 25 : 24$」，

所以令 $\overline{AC} = 25t$ 、 $\overline{BC} = 24t$ ，其中 $t > 0$ 。

由畢氏定理可知 $\overline{AB} = \sqrt{(25t)^2 - (24t)^2} = 7t$ ，

由定義可知 $\cos A = \frac{7t}{25t} = \frac{7}{25}$ 、 $\tan A = \frac{24t}{7t} = \frac{24}{7}$ 。

P.31 操作計算機可得：

$\sin A = \sin 35^\circ \approx 0.574$

$\cos A = \cos 35^\circ \approx 0.819$

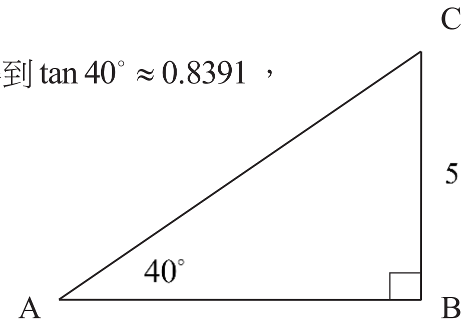
$\tan A = \tan 35^\circ \approx 0.700$

P.32 (1)

如圖，將溜滑梯與地面畫成一個直角ΔABC，其中$\overline{BC}=5$、$\angle B=90^\circ$、$\angle A=40^\circ$，

因為題目給的資訊有$\angle A$的對邊長$\overline{BC}$，所求為$\angle A$的鄰邊長$\overline{AB}$，所以我們考慮$\tan A$：

$$\tan A=\tan 40^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{5}{\overline{AB}}\Rightarrow \overline{AB}=\frac{5}{\tan 40^\circ}$$



因為$\tan 40^\circ$並非特殊角，所以利用計算機，可以得到$\tan 40^\circ\approx 0.8391$，

因此，$\overline{AB}=\dfrac{5}{\tan 40^\circ}\approx\dfrac{5}{0.8391}=5.9588$，

溜滑梯的底部至少需 5.959 公尺。

(2)

承上圖，所求改為斜邊$\overline{AC}$，所以我們改為考慮$\sin A$：

$$\sin A=\sin 40^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{5}{\overline{AC}}\Rightarrow \overline{AC}=\frac{5}{\sin 40^\circ}$$

同樣利用計算機，可以得到$\sin 40^\circ\approx 0.6428$，

因此，$\overline{AC}=\dfrac{5}{\sin 40^\circ}\approx\dfrac{5}{0.6428}=7.7785$

溜滑梯的長度約 7.779 公尺。

綜合練習參考答案

單元一　等比數列

1. A：−2, −4, −8, −16, −32 為公比為 2 的等比數列。
   B：3, 6, 9, 12, 15, 18 為公差為 3 的等差數列。
   C：5, 5, 5, 5, 5, 5 為公差為 0 的等差數列亦是公比為 1 的等比數列。
   D：$\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \frac{1}{243}$為公比為$\frac{1}{3}$的等比數列。
   E：$\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}$不是等差數列，亦不是等比數列。

2. (1) $a_3 = a_1 \times (-\frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4}$。

   (2) $\frac{a_7}{a_4} = \frac{a_1 \times (-\frac{1}{2})^6}{a_1 \times (-\frac{1}{2})^3} = (-\frac{1}{2})^3 = -\frac{1}{8}$。

3. (1) $\because a_3 = \frac{2}{9} = a_1 \times r^2 = 2r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow r = \pm\frac{1}{3}$

   (2) $a_5 = a_1 \times r^4 = 2 \times (\frac{1}{9})^2 = \frac{2}{81}$。

4. 設 256 是第 n 項

   $\Rightarrow 256 = \frac{1}{16} \times 4^{n-1} \Rightarrow 4^{n-1} = 256 \times 16 = 4^4 \times 4^2 = 4^6$

   $\Rightarrow n-1 = 6$

   $\Rightarrow n = 7$。

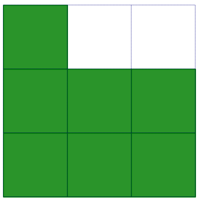
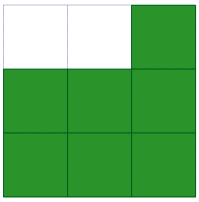
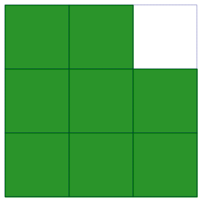
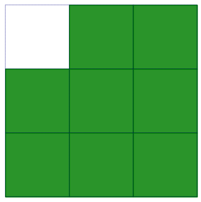
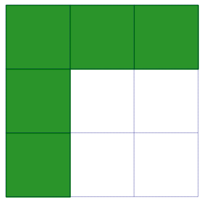
5. 依題意：$\frac{\text{小正方形面積}}{\text{大正方形面積}} = \frac{1}{2}$，

   因此每形成一個小正方形時，其面積為前一個正方形面積的$\frac{1}{2}$，因此這六個正方形面積形成一個等比數列，首項為 40，公比為$\frac{1}{2}$。

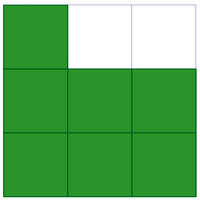
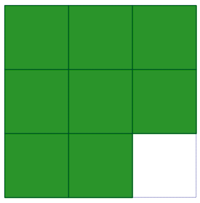
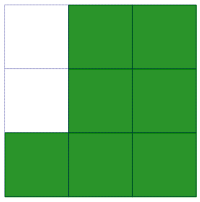
   $\Rightarrow$最後形成的正方形面積$= 40(\frac{1}{2})^5 = \frac{40}{32} = \frac{5}{4}$。

單元二 三視圖

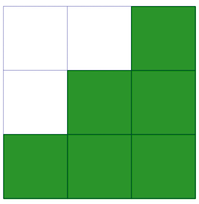
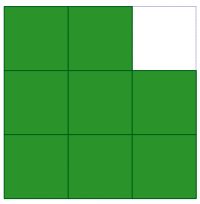
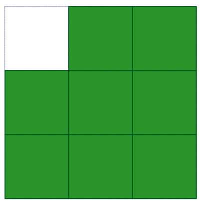
1.

前視圖	後視圖	左視圖	右視圖	上視圖
				

2.

前視圖	上視圖	右視圖
		

3.

前視圖	左視圖	右視圖
		

單元三 空間中的線與平面

1. AD 與 BC 歪斜
   BD 與 AC 歪斜
   AB 與 CD 歪斜
2. (1) AE、BF、CG
   (2) AB、BC、EF、FG
   (3) AD、BC、FG、EH
   (4) AB、BC、CD、AD
3. (1)、(2)、(3)、(4)皆正確

附錄 直角三角形的三角比

1. (1) 由圖（一）可知 $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{8.4}{10}=0.84$

   (2) 因為 $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=0.84$，所以 $\overline{BC}=0.84\overline{AC}=0.84\times 20=16.8$ (公尺)

2. (1) 當 $\theta=60^\circ$ 時，$\dfrac{\text{距離}}{\text{爬梯長}}=\dfrac{1}{2}$，所以距離為 $\dfrac{1}{2}\times 10=5$ (公尺)

   (2) 又此時 $\dfrac{\text{高度}}{\text{爬梯長}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，所以高度為 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 10=5\sqrt{3}$ (公尺)

3. (1) 當 $\theta=30^\circ$ 時，$\dfrac{\text{高度}}{\text{底部距離}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，所以底部距離為 $\dfrac{1}{\sqrt{3}}\times 4=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ (公尺)

   (2) 又此時 $\dfrac{\text{高度}}{\text{滑水道長}}=\dfrac{1}{2}$，所以滑水道長為 $\dfrac{1}{2}\times 4=2$ (公尺)

照片來源

1. 十三行博物館 http://www.sshm.ntpc.gov.tw/xmdoc/cont?xsmsid=0G244536427773780175
2. 澎湖玄武岩 http://tour.penghu.gov.tw/tw/Discover/index.aspx?idx=1&cno=SozQ15sTV1s%3D
3. 西螺大橋
   http://www.imgrum.org/place/%E8%88%8A%E8%A5%BF%E8%9E%BA%E5%A4%A7%E6%A9%8B%E6%A9%8B%E9%A0%AD/345348265
4. 比薩斜塔
   https://baike.baidu.com/item/%E6%AF%94%E8%90%A8%E6%96%9C%E5%A1%94，
   https://tw.appledaily.com/forum/daily/20150426/36514572

「銜接教材」編輯小組

數學學科中心主任　　徐建國校長
數學學科中心執行秘書　　蔡哲銘主任
教材編輯主持人　國立臺灣師範大學陳界山教授
教材編輯教師　　李文傑、吳汀菱、吳秉鋒、林信安、桂舒嫻、曾明德、曾俊雄、
　　　　　　　　鄧家駿、蔡韋弘老師
助理編輯　　侯以修、劉巧璇
審查委員　　國立臺南大學葉啟村教授
　　　　　　臺北市立三民國民中學莊國彰校長
　　　　　　臺北市立建國高級中學曾政清老師
　　　　　　國立高雄師範大學附屬高級中學歐志昌老師
　　　　　　國立政治大學附屬高級中學賴政泓老師

教育部普通高級中學課程數學學科中心(臺北市立建國高級中學)
地址：[10066]臺北市中正區南海路 56 號
聯絡電話：(02)2303-4381 轉 212
e-mail：mathcenter@ck.tp.edu.tw
網址：http://mathcenter.ck.tp.edu.tw/
出版日期：107 年 9 月