

國立新竹女子高級中學 115 學年度 高一 數學科 暑假作業

暑假作業分成兩大部分：

※【作業 1】於新生報到時領取 **高一數學銜接教材** 並完成，後面附有答案請先自行批閱與訂正，並於 **開學時繳交給數學任課教師**。

※【作業 2】分成四小部分，請自行上網學習，並熟悉內容！

Part I：常用乘法公式

※請自行上網學習，並熟記。

1. 完全平方公式： $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
2. 完全立方公式： $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
3. 平方差： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
4. 立方和： $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
立方差： $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$



(乘法公式)



(立方公式)



(一元二次方程式公式解)

Part II：配方法

※請自行上網學習，需熟悉方法，並完成練習題。

練習 1. 試利用配方法推導出一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的公式解。(請熟記公式解！)

解：
$$ax^2 + bx + c = 0$$

(同除 a) $\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

(移項) $\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$

(配方) $\Rightarrow x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + (\frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + (\frac{b}{2a})^2$

(化簡) $\Rightarrow (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

若 $b^2 - 4ac \geq 0$ ，則 $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \geq 0$ 。即可繼續推得

$$\Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$\Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\quad}{2a}$$

Part III：邏輯（預備知識）

※請自行上網學習，以下為書面參考資料。



(邏輯 1)



(邏輯 2)

☆敘述

1. **敘述**：可以判斷對錯的一句話。

ex：①敘述 P ： $3+5>4$

②敘述 Q ：竹女的學生今天都到校上課

③敘述 R ：「Math」的子音皆相鄰

2. **否定敘述**：一個敘述 P 的反面敘述稱為敘述 P 的否定敘述，記為「 $\sim P$ 」讀作「非 P 」。

ex：①「 $\sim P$ 」：

②「 $\sim Q$ 」：

③「 $\sim R$ 」：

3. **數學中的「且」與「或」**：用以連接兩個敘述 P, Q

(1) 「 P 且 Q 」，表示這兩個敘述都是肯定的。亦寫做「 $P \wedge Q$ 」或「 P, Q 」。

ex：當實數 x, y 滿足 $x^2 + y^2 = 0$ 時，表示「 $x=0$ 」 \wedge 「 $y=0$ 」。

(2) 「 P 或 Q 」，表示這兩個敘述中至少有一個是肯定的。亦寫做「 $P \vee Q$ 」。

ex：當實數 x, y 滿足 $xy=0$ 時，表示「 $x=0$ 」 \vee 「 $y=0$ 」。

☆命題

1. **命題**：當一個敘述寫成「若 P ，則 Q 」的形式時，這個敘述即稱為一個命題，常以「 $P \rightarrow Q$ 」表示，其中 P 稱為該命題的假設或前提， Q 稱為該命題的結論。

2. **命題的真偽**：命題在陳述事理，故有真偽之分，當命題的結論為真或假設為假時，此命題為真，常用「 $P \Rightarrow Q$ 」表示，讀做「 P imply(蘊涵) Q 」；反之，命題為偽。

3. **命題的類型**：①原命題： $P \rightarrow Q$

②逆命題： $Q \rightarrow P$

③否定命題： $\sim P \rightarrow \sim Q$

④否逆命題： $\sim Q \rightarrow \sim P$

*①及④為等價命題。

☆充分與必要條件

1. **充分與必要條件**：「 $P \Rightarrow Q$ 」，我們稱 P 為 Q 的充分條件， Q 為 P 的必要條件。

2. **充要條件**：當「 $P \Rightarrow Q$ 」且「 $P \Leftarrow Q$ 」，可記為「 $P \Leftrightarrow Q$ 」，我們稱 P, Q 互為充要條件。

※數學上，確認命題為真時須以數學方法證明，常採直接證法或間接證法(如：反證法)；若命題為偽，僅須「舉反例」(即滿足前提但不滿足結論的實例)說明即可。

***反證法**：利用等價命題的原理，

Step1. 反設：假設結論的反面為真

Step2. 歸謬：推導出矛盾之處

Step3. 總結：故假設(結論的反面)不成立，因而肯定原命題的結論是正確的。

Part IV：集合符號(預備知識)

※請自行上網學習，以下為書面參考資料。



(集合 1)



(集合 2)

☆集合與元素

1. 集合：一些明確且可辨別的個體所組成的群體，常以大寫的英文字母表示，如： A, B, \dots 。

元素：集合中的個體，常以小寫的英文字母表示，如： x, y, z, \dots 。

2. 若元素 x 在集合 A 中，稱 x 屬於 A ，記為 $x \in A$ ；
若元素 x 不在集合 A 中，稱 x 不屬於 A ，記為 $x \notin A$ 。

3. 集合的表示法：

(1) 列舉法：將集合的元素一一列出，寫在大括弧內。

ex：集合 A 為小於 10 的質數， $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 。

(2) 描述法：在大括弧內先描述集合元素的一般形式，再劃一豎線，在豎線右邊再描述這個集合中元素的屬性。

ex：所有正偶數所成的集合可記為 $\{2n | n \text{ 為正整數}\}$ 。

☆集合與集合的關係

1. 宇集：包含所有探討元素的集合稱之，記為 U 。

2. 空集合：集合中無任何元素者稱之，記為 $\{\}$ 或 \emptyset 。

3. 子集：二集合 A, B ，若 A 中的每一個元素均為 B 的元素，則稱 A 為 B 的一個子集，以 $A \subset B$ 表示，讀作集合 A 包含於集合 B ，或記為 $B \supset A$ ，讀作集合 B 包含集合 A 。

ex： $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$ ，但 $\{4\} \not\subset \{1, 2, 3\}$ 。

另外，我們規定空集合是任意集合的子集。

4. 相等：集合 $A \subset B$ 且 $B \subset A$ 時，稱 A, B 兩集合相等，記為 $A = B$ ，讀作 A 等於 B 。

※數學上常以 N, Z 分別表示「所有正整數」、「所有整數」所成的集合，且 $N \subset Z$ 。

☆集合的運算

1. 交集：屬於 A 且屬於 B 的元素所組成的集合，稱之「集合 A, B 的交集」，記為「 $A \cap B$ 」，讀作「 A 交集 B 」。即 $A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$ 。(如圖 1)

2. 聯集：屬於 A 或屬於 B 的元素所組成的集合，稱之「集合 A, B 的聯集」，記為「 $A \cup B$ 」，讀作「 A 聯集 B 」。即 $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$ 。(如圖 2)

3. 差集：將 A 中扣除屬於 B 的元素後所組成的集合，稱之「 A 對 B 的差集」，記為「 $A - B$ 」，讀作「 A 差集 B 」。即 $A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$ 。(如圖 3)

4. 補集：集合 $U - A$ 為 A 的「補集」，記為「 A' 」。(如圖 4)

*文氏圖：以矩形表示宇集，圓形表示不同集合，藉以表達集合間的關係。

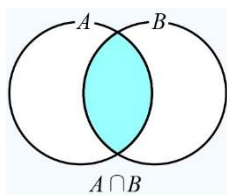


圖 1

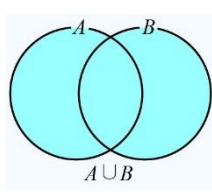


圖 2

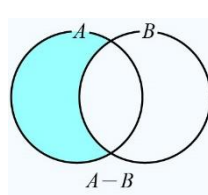


圖 3

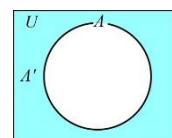


圖 4

☆集合的個數

1. 設集合 A 的元素個數是有限的，以 $n(A)$ 表集合 A 的元素個數。

2. 排容原理： $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (見上圖 1.)

*其他常見的數學符號：「 \forall 」：對所有的 「 \exists 」：存在 「 \ni 」：使得 「 $!$ 」：唯一
ex:「函數 f 」係為兩集合 A, B 間元素的對應關係，定義為「 $\forall x \in A, \exists! y \in B \ni f(x) = y$ 」。
補充資料【請詳讀以下規定】

115 學年度入學之學生攜帶自備科學型計算機參加數學科定期評量之規定

本校 115 學年度入學之新生於數學科定期評量時，可有條件攜帶自備之科學型計算機應試，相關說明如下：

1. 為維持定期評量的公正與公平性，並符合學生學習表現之評量原則，開放學生攜帶自備之科學型（工程型）計算機參加數學科定期評量應有限制。因此，請同學們參考下方資料及圖片以瞭解可攜入數學科定期評量試場之計算機型規範。攜帶不符合規範之計算機應試時，除因違反試場規則而不准予使用之外，亦依違反試場規則之相關規定處理。
2. 在數學領綱所規範的學習內容中，作為計算輔助工具，計算機應具備的功能為加、減、乘、除、指數、對數與三角比，一般來說，2、300 元的科學型（工程型）計算機都有這些功能。另外，為強化學生建構幾何概念與圖像思維，具繪圖功能的計算機儘能於教學時使用，不得攜入試場。依數學學科中心的建議，參考國家考試考選部核定的第二類電子計算器，合格的機型包括以下圖示四款：E-More FX-127、FuhBao FX-180、Canon F-520G 及 CASIO FX-82Solar II。



E-More FX-127



FuhBao FX-180



Canon F-520G



CASIO FX-82Solar II

3. 本校數學教師本於教學專業及熱忱，透過教學與課程設計，建立學生正確使用計算機的態度—引導學生建構數學概念與相應原理，將問題轉化為數學語言表達，進入解題程序並用盡數學推理後，剩下的繁瑣計算才是計算機進場時機，故不因計算機的使用而使思考與計算能力下降。
4. 不同計算機使用方法可能略有差異，為使教師在課堂上教學順暢，學生學習更加有效，在開學後，建議同一班級之學生購置符合上述規範之相同機型之計算機。每位學生都要有自己攜帶的計算機，以符膺 108 課綱科技資訊與媒體素養的培養目標，建立科技工具的使用習慣以促進相應素養的培養。
5. 本說明及其相關規範適用於本校 115 學年度入學之學生參加數學科定期評量，有效期間為 115 學年度。大學學科能力測驗與分科測驗考試適用與否，依大學入學考試中心公告為準。